

Mappe minimali 1995-2003

Nel 1995 i miei interessi si orientarono verso le teorie della colorazione di mappe. Fra le immagini stocastiche erano state preferite quelle in cui c'era una simulazione di prospettiva. La presenza di vertici con 3 spigoli adiacenti (di grado $k = 3$) erano la causa dell'effetto prospettiva. Per aumentare l'effetto prospettiva disegnai mappe stocastiche con tutti i vertici di grado $k = 3$.

Ad un certo punto mi resi conto che una mappa di n regioni con tutti i vertici di grado 3, non colorabile con meno di n colori, è una mappa *minimale*. Il numero n non può essere superiore a 4 se la mappa è planare, non superiore a 7 se la mappa è toroidale, non superiore a $6m$ se la mappa è di Heawood (m è il numero di regioni non connesse di una mappa di Heawood), non superiore a $6m+1$ se la mappa è una mappa di Heawood inscritta su toro. Ho disegnato mappe toroidali a 5, 6, 7 colori cercando di scoprire le colorazioni esteticamente migliori. Una mappa minimale toroidale ettacromatica in quattro moduli fu esposta presso la Galleria Comunale d'Arte Moderna e Contemporanea di Roma (Bonasegale 1998).

Precedenti esperimenti sull'estetica della colorazione di mappe (Lombardo 1999) avevano provato quanto segue.

- 1- Le mappe minimali sono preferite a quelle non minimali.
- 2- Il minimo numero di tinte diverse è preferito a molte tinte diverse.
- 3- Insiemi di colori ottenuti aggiungendo gradi di luminosità a una singola tinta, ottenendo così colori di diverso tono, ma della stessa tinta, sono preferiti a insiemi di colori con diverse tinte.
- 4- Un insieme di toni di colore in cui il colore più chiaro è vicino al bianco e il colore più scuro è vicino al nero è preferito a insiemi di toni di colore in cui mancano colori chiarissimi e scurissimi.
- 5- Una scala di toni di colore formata aggiungendo alla tinta scura dosi identiche di progressiva luminosità è preferita a scale di toni di colore con gradi arbitrari di luminosità.
- 6- Se sono necessari più di 7 colori è preferibile usare più di una tinta.
- 7- Se la mappa ha una struttura stocastica la permutazione dei colori non è esteticamente rilevante.

Mappe di Heawood

Le mappe di Heawood sono composte da n Paesi ciascuno dei quali è diviso in m Regioni non connesse fra loro. Tutte le Regioni appartenenti a ciascun Paese sono colorate con lo stesso colore.

Nelle mappe minimali, ciascun Paese confina con tutti gli altri Paesi una sola volta, perciò il numero minimo di colori necessari per colorare tutta la mappa è uguale al numero dei paesi.

Allo scopo di chiarire se la permutazione dei colori è esteticamente rilevante in una mappa non stocastica (Lombardo 2002) disegnai una mappa cilindrica di Heawood a 12 colori con tutte le regioni a strisce ortogonali dello stesso spessore. La mappa ha 12 paesi, ciascuna paese ha due regioni non connesse colorate con lo stesso colore. Ogni paese ha una sola frontiera in comune con tutti gli altri 11 paesi 11, perciò la mappa non può essere colorata con meno di 12 colori (numero cromatico $\chi(G) = 12$). I 12 colori sono stati scelti come segue: 6 colori aggiungendo identiche dosi di luminosità a un violetto scurissimo e 6 colori aggiungendo identiche dosi di luminosità a un magenta scurissimo. I colori più scuri erano scuri quasi quanto il nero, i colori più chiari erano chiari quasi quanto il bianco. Furono dipinte tre tele dello stesso formato (cm. 100 X 120) e di struttura identica, ma i colori furono disposti in 3 diverse permutazioni scelte a caso. I tre stimoli furono esposti presso la galleria d'arte Equilibri Precari a Roma e, in una disposizione diversa, all'Auditorium di Santa Cecilia a Roma. Un campione di 80 persone scelte fra i visitatori doveva ordinare i 3 stimoli secondo 2 parametri: una supposta bellezza oggettiva e la propria preferenza personale. Fu ottenuto un risultato molto significativo sia nella valutazione di bellezza che nella preferenza. Ambedue i parametri concordavano nel valutare più bello e preferito il dipinto in cui i colori più scuri si trovavano nella parte più esterna e verso il basso.

Un'installazione esposta la BZF di Firenze e al MUDIMA di Milano fu ideata usando una mappa planare simmetrica di Heawood a 12 colori, dipinta 12 volte, ma con i colori permutati. Le tinte usate per creare i 12 colori sono due: un verde smeraldo scurissimo e un magenta scurissimo, ciascuna tinta è stata divisa in 6 toni aggiungendo progressive dosi di bianco in modo da formare due scale a sei gradini equidistanti che raggiungono toni chiarissimi. Le 12 permutazioni comprendono 8 quadri in cui i colori sono stati permutati a sorte e 4 quadri in cui i colori sono stati permutati con criteri logici.

Le mappe con permutazioni cromatiche distribuite in modo logico comprendono serie di Regioni confinanti che formano delle scale cromatiche. L'effetto è quello di una maggiore simmetria apparente e di una apparente semplificazione di tutta la struttura.

Per meglio apprezzare queste simmetrie e il loro impatto visivo bisogna comprendere la struttura matematica delle mappe di Heawood.

La più semplice mappa di Heawood ha 12 Paesi, ciascun Paese ha due Regioni non connesse, perciò le due Regioni che appartengono allo stesso Paese, pur essendo non connesse, debbono essere colorate con lo stesso colore. Poiché ogni Paese ha una frontiera in comune con tutti gli altri 11 Paesi, la mappa non può essere colorata con meno di 12 colori, altrimenti qualche frontiera verrebbe annullata.

Ma le mappe di Heawood possono essere estremamente complesse, potendo avere un numero di Paesi, e dunque di colori, superiore a 12, ciascuno dei quali può avere un numero di Regioni superiore a due. In una mostra presso la galleria di Aldo Marchetti a Roma ho esposto 6 mappe di Heawood a 24 colori, con 24 Paesi, ciascuno dei quali era composto di 4 Regioni non connesse.

In generale, se chiamiamo m il numero di Regioni non connesse di cui può essere composto ciascun Paese della mappa, e se chiamiamo n il numero di Paesi di cui è composta la mappa, allora possiamo calcolare che in una mappa planare i Paesi possono raggiungere il numero massimo di $6m$, mentre in una mappa toroidale i Paesi possono raggiungere il numero di $6m+1$.

Pertanto il numero cromatico di una mappa di Heawood le cui le Regioni non connesse sono 2 è 12. Se le Regioni non connesse sono 3 il numero cromatico è 18. Nessuno, credo ha mai disegnato una mappa di Heawood con più di 4 Regioni, ma ovviamente la complessità in questa direzione può essere aumentata all'infinito. Ad esempio, se le Regioni fossero 100, per colorare tale mappa potrebbero essere necessari 600 colori diversi.

Ma qual è l'interesse estetico delle mappe di Heawood?

Gli artisti da secoli si sono sforzati di cercare forme che presentassero contemporaneamente un elevato grado di complessità e un elevato grado di equilibrio formale e cromatico. Finora gli approcci degli artisti sono stati intuitivi, ma i risultati degli approcci intuitivi sono scarsi. Nessuno può creare per caso o intuitivamente una mappa di Heawood minimale. Tuttavia alcune branche della matematica, come la topologia e la teoria dei grafi, pur non occupandosi direttamente di estetica, hanno raggiunto delle conoscenze tecniche che possono essere utilissime al ricercatore estetico.

Se un artista si ponesse il problema di creare delle forme da colorare in modo che fosse rispettato sempre un certo equilibrio complessivo, ma che il tutto non risultasse banale, o ridondante, o ingenuo, allora le mappe di Heawood, per definizione, farebbero al caso suo. Esse creano insiemi di colori sempre diversi, ma sempre equilibrati, dal momento che tutti i colori, pur variando in modo molto complesso, confinano con tutti gli altri.

La bellezza non sta nel fatto che si tratta di un rompicapo difficilissimo, ma nel fatto che l'estrema complessità di queste strutture è funzionale a valori estetici non raggiungibili in modo ingenuo.

Bibliografia:

Bonito Oliva A. (2001) *Belvedere italiano, 1945-2001*. Gangemi Editore.

Calvesi M. (1996) *Il Caso e la Forma*. Quadri e Sculture, a. 4, n. 2.

Calvesi M., Mirolla M. (1995) *Sergio Lombardo*. Museo-Laboratorio d'Arte Contemporanea. Università di Roma "La Sapienza".

- Ferraris P.** (2004) *Psicologia e arte dell'evento, storia eventualista 1977-2003*. Gangemi editore.
- Lombardo S.** (1995) *Explanation of My Work of Art Since 1960 According to 5 Aesthetic Concepts*. Problems of Informational Culture, n.2, Moscow-Krasnadar
- Lombardo S.** (1999) *Estetica della colorazione di mappe*. Rivista di Psicologia dell'Arte, a.20, n.10
- Lombardo S.** (2002) *12-Chromatic Cilindric Heawood Map*. 17th I.A.E.A. Congress. University of Art and Design, Takarazuka, Japan.
- Lombardo S.** (2002_a) *Mappa di Heawood a 24 colori*. Galleria Marchetti, Roma.
- Lombardo S.** (2002_b) *Ten Artworks and a Theory*. Bulletin of Psychology and the Arts, vol 3 (2)
- Lombardo S.** (2004) *12X12 Mappe di Heawood*. Vallecchi editore, Firenze
- Lombardo S.** (2004) *L'avanguardia difficile*. Lithos, La Sapienza, MLAC. Roma.
- Mirolla M.** (2002) *Arte del novecento 1945-2001*. Mondadori, Università
- Mirolla M.** (2007) *Sergio Lombardo: tre serie pittoriche dal 1958 a oggi*. Galleria De Crescenzo e Viesti, ediz. Carte Segrete.
- Nardone D.** (2001) *Sergio Lombardo: 8 Opere dal 1959 al 2001*. Comune di Suvereto
- Tugnoli A.** (2009) *Sergio Lombardo*. Christian Maretti